

| Point de vue algébrique   | Interprétation géométrique  |
|---|---|
| Fonction $P(x) = ax^2 + bx + c$<br>Discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$  | Parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$<br>Elle admet un axe de symétrie vertical ( $x = -\frac{b}{2a}$ ) |
| <b>Si <math>\Delta &gt; 0</math></b><br>• P(x) a deux racines distinctes :<br>$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ , $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$<br>• $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$<br>• P(x) est du signe de a à l'extérieur des racines de -a à l'intérieur |   |
| <b>Si <math>\Delta = 0</math></b><br>• P(x) a une racine double<br>$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$<br>• $P(x) = a(x - x_1)^2$<br>• P(x) est du signe de a pour tout $x \neq x_1$  |   |
| <b>Si <math>\Delta &lt; 0</math></b><br>• P(x) n'a pas de racine<br>• P(x) n'est pas factorisable<br>• P(x) est du signe de a pour tout x.  |   |

Courbe = parabole (1 extremum, 1 axe de symétrie)

Le signe de a donne "l'orientation" de la parabole

Le signe de delta donne la position verticale (au-dessus ou en dessous de l'axe des x, tangente à l'axe des x, coupant en 2 points l'axe des x)

Le sommet de la parabole a toujours pour abscisse  $x = -\frac{b}{2a}$

|      | Si $a > 0$                             | Si $a < 0$                             |
|------|--|--|
| x    | $-\infty$ $-\frac{b}{2a}$ $+\infty$    | $-\infty$ $-\frac{b}{2a}$ $+\infty$    |
| f(x) | $+\infty$ $f(-\frac{b}{2a})$ $+\infty$ | $-\infty$ $f(-\frac{b}{2a})$ $-\infty$ |

Variations

**Polynôme du second degré**

Représentation graphique

Reconnaître un polynôme du second degré

- Formes particulières
  - $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$
  - $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
- Forme développée réduite
  - $3x^2 - 8x + 5$
- Forme factorisée
  - $-15 \cdot (x+3) \cdot (x-6)$

Savoir résoudre une équation du second degré

- Mettre sous la forme:  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ 
  - $-x(x+3) = 9 \xrightarrow{\text{devenir}} x^2 + 3x + 9 = 0$
- Calculer le discriminant delta
  - $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
- Déterminer les solutions réelles éventuelles
  - Si Delta > 0, alors l'équation a deux solutions réelles
    - $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$
    - $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$
  - Si delta = 0, alors l'équation a une solution réelle "double"
    - $x_0 = x_1 = x_2 = \frac{-b}{2 \cdot a}$
  - Si delta < 0, alors l'équation n'a pas de solution réelle

Savoir factoriser un polynôme du second degré

- Mettre sous la forme:  $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ 
  - $-x(x+3) = 9 \xrightarrow{\text{devenir}} x^2 + 3x + 9 = 0$
- Calculer le discriminant delta
  - $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
- Déterminer les racines réelles éventuelles
  - Si Delta > 0, alors le polynôme admet deux racines réelles
    - $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$
  - Si delta = 0, alors le polynôme a une racine réelle "double"
    - $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a \cdot (x - x_0)^2$
  - Si delta < 0, alors le polynôme n'a pas de racine réelle

Signe d'un polynôme du second degré

Se retrouve à partir du signe de a (orientation parabole) et du signe de delta (existence ou pas de racines)